1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18





PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA Univerzita Karlova

Anorganická chemie I (a)

Krystalografie – PGS, strukturní typy, materiály Jan Kotek 05-01

Úvod do symetrie, struktury a vlastností pevných látek

Skupenství: plynné kapalné } tekutiny pevné – vysoká viskozita

krystalické = pravidelné uspořádání na dlouhou vzdálenost

kristallos (řeč.) = kus led, přeneseně křemen (křišťál)



amorfní = neuspořádané (sklo)

Krystalografie – nauka o morfologických, fyzikálních, chemických a strukturních vlastnostech krystalů



Vývoj krystalografie

Krystalů si lidé všímali od pradávna – drahokamy a rudy důležitých kovů 3000 př.n.l – doly na tyrkys (Sinaj, v mladší době Persie). Btw., název tyrkys (turquoise) má původ v názvu "Turecko", odkud se perský tyrkys vyvážel do Evropy).

Je dobré si uvědomit souvislosti s vývojem lidstva – doba bronzová (začátek cca 3300 př.n.l. na Předním východě, 2300 př.n.l. v Evropě, 2000 př.n.l. v Číně) a doba železná (1200 př.n.l. Řecko, 1100 př.n.l. Indie, 800 př.n.l. střední Evropa) znamenaly rozvoj hutnictví a hornictví.



Tutanchamonův náhrdelník a posmrtná maska vykládané mj. tyrkysem (14. stol. př.n.l.)

Encyklopedie zahrnovaly technologie zpracování podstatných minerálů: 23–79 n.l. Gaius Plinius Secundus – Naturalis Historia 1559 Georgius Agricola – Dvanáct knih o hornictví a hutnictví, soupis dobývacích technik a metalurgických metod, položeny základy mineralogie



Vývoj krystalografie

Pohled na vnitřní uspořádání krystalů 1611 Johannes Kepler – De nive sextangula (O šestiboké sněhové vločce): šesterečný tvar sněhových vloček je důsledkem pravidelné těsného uspořádání kulovitých částic vody

1665 Robert Hooke – krystal je tvořen opakujícími se pravidelnými bloky

1669 Niels Stensen – úhly mezi krystalovými plochami daného minerálu se zachovávají (pozorování křišťálu)

1782 Tornbern Bergmann, René Just Haüy – krystal je výsledkem těsné skladby rovnoběžnostěnných bloků (pozorování štěpnosti minerálů, mj. kalcitu) – definice 3 druhů bloků – krychle, tetraedr, klenec

1830 Johann F. C. Hessel – symetrie tvaru krystalu musí odpovídat jednomu z 32 oddělení symetrie (tzv. krystalografická omezení)



Pro operací souměrnosti a jejich kombinace platí krystalografická omezení.

Povolené kombinace rotačních os:



Proč v krystalech chybí pětičetná, sedmičetná, osmičetná... rotační osa? R. J. Haüy – krystaly jsou složeny malých identických pravidelně těsně skládaných mnohostěnů. Pěti-, sedmi-, osmi-... úhelníky nevyplňují plochu periodicky bez mezer.





Pro operací souměrnosti a jejich kombinace platí krystalografická omezení.

Roviny zrcadlení buď paralelní nebo kolmé na uvedené rotační osy.

Povolené operace jsou tedy:

- Rotace (otočení) o 180°, 120°, 90°, 60°
- Zrcadlení (přes rovinu symetrie)
- Inverze (zrcadlení přes střed symetrie)
- Rotace + inverze/zrcadlení



Při popisu molekulové symetrie se používají Schönfliesovy symboly prvků a operací symetrie.

V krystalografii se používají Hermannovy-Mauguinovy symboly.

Prvek symetrie	Operace symetrie	Hermannovy- Mauguinovy symboly	Schönfliesovy symboly
identita	rotace o 360° (2π)	1	Е, І
rotační osa dvojčetná trojčetná čtyřčetná šestičetná	rotace o 2π/ <i>n</i> 180° 120° 90° 60°	n 2 3 4 6	$ \begin{array}{c} C_n\\ C_2\\ C_3\\ C_4\\ C_6 \end{array} $
rovina	zrcadlení	т	σ
střed	inverze	ī, −1	i



Složené operace souměrnosti

Prvek symetrie	Operace symetrie	Hermannovy- Mauguinovy symboly	Schönfliesovy symboly
<i>n</i> -četná rotačně- reflexní osa	rotace o 2π/ <i>n</i> s zrcadlením v rovině kolmé na rotační osu	ñ	S_n $S_1 = \sigma$ $S_2 = i$
trojčetná čtyřčetná šestičetná	$120^{\circ} + m$ $90^{\circ} + m$ $60^{\circ} + m$	3 4 6	$S_{2} = I$ S_{3} S_{4} S_{6}
<i>n</i> -četná rotačně- inverzní osa troičetná	rotace o 2π/ <i>n</i> následovaná inverzí 120° + (–1)	\overline{n} 3	$C_{1i} = i, C_{2i} = \sigma$ $C_{2i} = \sigma$
čtyřčetná šestičetná	90° + (-1) 60° + (-1)	$\frac{\overline{4}}{\overline{6}}$	$ \begin{array}{c} C_3 \\ C_4 \\ C_6 \end{array} $

Ekvivalence $\overline{4} = \widetilde{4}, \ \overline{6} = \widetilde{3}, \ \overline{3} = \widetilde{6}$



Existuje pouze 32 možných kombinací – 32 bodových krystalografických grup (Hesselova oddělení symetrie).

Krystal je tvořen těsně naskládanými mnohostěny ("cihličkami", tzv. elementárními buňkami, viz krabice kostkového cukru). Podle symetrie se bodové grupy dělí do 7 krystalografických soustav s příslušnými parametry elementárních buněk.

- Trojklonná (triklinická)
- Jednoklonná (monoklinická)
- Kosočtverečná (ortorombická, rombická)
- Čtverečná (tetragonální)
- Klencová (romboedrická, trigonální)
- Šesterečná (hexagonální)
- Krychlová (kubická)



Parametry elementární buňky

- délky hran a, b, c
- úhly mezi hranami α , β , γ





• Trojklonná (triklinická) – maximálně –1 $a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^{\circ}$

■ Jednoklonná (monoklinická) – jedna 2 nebo jedna m $a \neq b \neq c$, α = γ = 90°, β ≠ 90°

- Kosočtverečná (ortorombická, rombická)
 tři na sebe kolmé 2 (222) nebo mm2
 a ≠ *b* ≠ *c*, *α* = β = γ = 90°
- Čtverečná (tetragonální) jedna 4 nebo –4, $a = b \neq c, \ \alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$







• Klencová (romboedrická, trigonální) – jedna 3 nebo –3 $a = b = c, \ \alpha = \beta = \gamma \neq 90^{\circ}$ nebo $a = b \neq c, \ \alpha = \beta = 90^{\circ}, \ \gamma = 120^{\circ}$ (toto tzv. bozagonální velba os je možná i pro první skupinu

(tato tzv. hexagonální volba os je možná i pro první skupinu)

• Šesterečná (hexagonální) – jedna 6 nebo –6 $a = b \neq c, \ \alpha = \beta = 90^{\circ}, \ \gamma = 120^{\circ}$









Krystalografická soustava	Hermannovy- Mauguinovy symboly	Schönfliesovy symboly	Počet operací symetrie
trojklonná	1 _1	$egin{array}{c} C_1 \ C_i \end{array}$	1 2
jednoklonná	2 m 2/m	$egin{array}{c} C_2 \ C_s \ C_{2 \mathrm{h}} \end{array}$	2 2 4
kosočtverečná	222 mm2 2/m 2/m 2/m (mmm)	$egin{array}{ccc} D_2 \ C_{2\mathrm{v}} \ D_{2\mathrm{h}} \end{array}$	4 4 8



Krystalografická soustava	Hermannovy- Mauguinovy symboly	Schönfliesovy symboly	Počet operací symetrie
	4	C_4	4
	-4	S_4	4
	4/ <i>m</i>	$C_{4\mathrm{h}}$	8
čtverečná	422	D_4	8
	4 <i>mm</i>	$C_{4\mathrm{v}}$	8
	-42 <i>m</i>	D_{2d}	8
	4/ <i>m 2/m 2/m (4/mmm</i>)	$D_{4\mathrm{h}}$	16
	3	C_3	3
klencová	-3	C_{3i}	6
	32	D_3	6
	3 <i>m</i>	C_{3v}	6
	-3 <i>m</i>	D _{3d}	12



Krystalografická soustava		Schönfliesovy symboly	Počet operací symetrie
	6	C_6	6
	-6	C_{3h}	6
	6/ <i>m</i>	C_{6h}	12
šesterečná	622	D_6	12
	6 <i>mm</i>	C_{6v}	12
	–6 <i>m</i> 2	D _{3h}	12
	6/ <i>m 2/m 2/m</i> (6/ <i>mmm</i>)	D _{6h}	24
	23	Т	12
krychlová	2/ <i>m</i> –3 (<i>m</i> –3)	$T_{ m h}$	24
	432	0	24
	-43 <i>m</i>	$T_{\rm d}$	24
	4/ <i>m</i> –3 2/ <i>m</i> (<i>m</i> –3 <i>m</i>)	$O_{\rm h}$	48



Centrické grupy (mají střed symetrie, což většinou vylučuje zajímavé vlastnosti materiálu; obvykle je tedy materiálový chemik smutný): –1, 2/*m*, *mmm*, 4/*m*, 4/*mmm*, –3, –3*m*, 6/*m*, 6/*mmm*, *m*–3*m*

Enantiomorfní (mohou v nich krystalovat čisté opticky aktivní látky, tj. nikoliv racemáty; podstatné pro enantioselektivní syntézu a pro některé zajímavé materiály; syntetik nových léčiv mívá radost): 1, 2, 3, 4, 6, 222, 32, 422, 622, 23, 432

Holoedrické (tzv. plnoploché, tj. s maximální symetrií v dané krystalografické soustavě):

–1, 2/*m*, *mmm*, 4/*mmm*, –3*m*, 6/*mmm*, *m*–3*m*



Krystalová mřížka

Krystal je tvořen natěsno naskládanými základními stavebními bloky (elementárními buňkami).

Hranice mezi těmito stavebními "cihličkami" vyplňujícími prostor tvoří hrany elementárních buněk – krystalová mřížka (mříž).

1850 Auguste Bravais

- Krystaly jsou složeny z periodicky uspořádaných částí. Lze definovat translační symetrii.
- Existuje pouze 14 různých způsobů jak periodicky uspořádat body (těžiště stavebních částí) v prostoru – 14 Bravaisových mříží.
- Základní cihličkou je tzv. Bravaisova buňka.



Krystalová mřížka

Translační symetrie – replikace a posun základního motivu (elementární buňky) o celistvý násobek délky hrany v patřičném směru





Translační vektor – vektor mříže: a, b, c





05-18

Ideální krystal

Krystal je tedy objekt, jehož každá pozorovatelná fyzikální vlastnost Ω (např. poloha atomových jader, elektronová hustota, dipólový moment) má translační symetrii:

 $\Omega(r+t)=\Omega(r),$

r – polohový vektor (poloha v rámci elementární buňky, daná např. frakčními souřadnicemi x,y,z)

t – vektor translace, kombinace celočíselných násobků vektorů mříže a,b,c

Mříž – geometrické vyjádření translační symetrie – síť bodů uspořádaných s periodou translačních vektorů,

nebo-li

množina bodů v krystalu, které mají stejné a stejně orientované okolí.





Bravaisova buňka je zvolena tak, aby:

- měla co nejmenší možný objem,
- měla co největší počet pravých úhlů,
- měla co největší počet stejně dlouhých hran
- (tj. co nejmenší a nejpravidelnější elementární cihlička).





Skládáním buněk se vytvoří celá mříž. Kromě parametrů elementární buňky (definujících, do které krystalové soustavy daná buňka/mříž patří) je možná ještě tzv. centrace – strukturní motiv může být umístěn nejen v rozích elementární buňky (primitivní buňka, *P*), ale též ve středech stěn, a to buď dvou protilehlých – bočně centrovaná buňka, *A*, *B*, *C*, nebo ve všech – plošně (faciálně) centrovaná buňka, *F*), případně ve středu buňky – tělesově (interně) centrovaná buňka, *I*. Celkem existuje 14 možností.





05-21









05-23

Bodové grupy jsou bodové, protože při operacích symetrie je alespoň 1 bod invariantní (nemění pozici v prostoru).

V krystalu jsou možné kromě dříve uvedených standardních operací symetrie i operace symetrie sdružené s translací. Vůči těmto operacím nezůstávají zachovány souřadnice žádného bodu, proto vnitřní strukturu krystalu nepopisují bodové grupy symetrie, ale tzv. prostorové grupy symetrie.

Odpovídající nové prvky symetrie jsou:

- Šroubové osy
- Skluzné roviny



Šroubové osy

Spojení rotace o $360^{\circ}/n$ a translace o m(1/n) mřížového parametru paralelního s osou (*n* četnost osy, *m* celé číslo menší než *n*).



Podmínka *m* = celé číslo menší než *n* vyplývá z translační symetrie (obsah elementární buňky musí být shodný s obsahem sousední elementární buňky, šroubový pohyb se v sousední buňce musí dostat do stejné fáze), jak je ukázáno na obrázku výše – rotace o 90°, posun o ¼ délky hrany.



Šroubové osy

Šroubové osy značíme symbolem n_m .

Rotace	Translace o	Symbol	Rotace	Translace o	Symbol
2	1/2	2 ₁	6	1/6	6 ₁
3	1/3	3 ₁		2/6	6 ₂
	2/3	3 ₂		3/6	6 ₃
4	1/4	41		4/6	64
	2/4	4 ₂		5/6	6 ₅
	3/4	4 ₃			



Skluzné roviny

Spojení zrcadlení a translace o 1/2 nebo 1/4 mřížového parametru.



Podmínka posunu o ½ nebo ¼ vyplývá z translační symetrie (obsah elementární buňky musí být shodný s obsahem sousední elementární buňky, skluz se v sousední buňce musí dostat do stejné fáze).



Skluzné roviny

Skluzné roviny značíme a, b, c, d, n.

Zrcadlení	Translace o	Symbol
rovina kolmá na <i>b</i> nebo <i>c</i>	½a	а
rovina kolmá na <i>a</i> nebo <i>c</i>	½b	b
rovina kolmá na <i>a</i> nebo <i>b</i>	1⁄2C	С
rovina kolmá na <i>c</i>	½a a ½b	
rovina kolmá na <i>a</i>	½b a ½c	n
rovina kolmá na <i>b</i>	½a a ½c	
rovina kolmá na <i>c</i>	¼a a ¼b	
rovina kolmá na <i>a</i>	1⁄4b a 1⁄4c	d
rovina kolmá na <i>b</i>	¼a a ¼c	



V krystalu mohou existovat jen operace převádějící mříž samu na sebe.

Díky krystalografickým omezením tedy přichází v úvahu:

- Translace
- Rotace o 180°, 120°, 90°, 60°
- Zrcadlení
- Inverze
- Rotace + inverse
- Rotace + translace (šroubové osy)
- Zrcadlení + translace (skluzné roviny)

1880–1890 Evgraf Fedorov, Arthur Schönflies a William Barlow odvodili všechny kombinace operací symetrie, které mohou vykazovat periodicky uspořádané body v prostoru – existuje 230 možných prostorových grup.

Každý krystal má symetrii jedné z 230 prostorových grup.



05-29

Základní stavební jednotka krystalu – buňka.

Asymetrická jednotka – část buňky, která stačí ke zbudování celého krystalu pomocí operací symetrie.

Díky operacím symetrie se z asymetrické jednotky vybuduje obsah celé buňky, díky translační symetrii se vybuduje celý krystal.





Každá grupa je popsána symbolem sestávajícím z:

- Typu Bravaisovy buňky/mříže (P, A, B, C, I, F, R)
- Symbolů maximální symetrie v krystalograficky význačných směrech

 $X_{x \times x}$

Krystalograficky význačné směry:

- Trojklonná žádný; buď 1, nebo –1
- Jednoklonná směr osy kolmé k oběma zbylým; 2 a/nebo kolmá m
- Kosočtverečná směry všech tří os a, b a c; 2 a/nebo kolmá m
- Čtverečná vertikální směr c (musí být 4), směr horizontálních os a = b (2 a/nebo kolmá m), meziosní horizontální směr (2 a/nebo kolmá m)
- Klencová vertikální směr tělesové úhlopříčky (musí být 3)
- Šesterečná vertikální směr c (musí být 6), směr horizontálních os a = b (2 a/nebo kolmá m), meziosní horizontální směr (2 a/nebo kolmá m)
- Krychlová směr a = b = c (nemusí být 4, může být m, 2 nebo 4), tělesová úhlopříčka (musí být 3 nebo –3), stěnová úhlopříčka (2 a/nebo kolmá m)



Příklady prostorových grup

Trojklonná soustava

- P1 P (primitivní) buňka, žádná symetrie, jen identita
- *P*–1 *P*-buňka, pouze střed symetrie

Jednoklonná soustava

- P2₁ P-buňka, ve směru monoklinické osy je dvojčetná šroubová osa
- C2/c C-centrovaná buňka, ve směru monoklinická osy je dvojčetná osa, na ni je kolmá skluzná rovina c
- *Cm C*-centrovaná buňka, *c* kolmá na monoklinickou osu

Kosočtverečná soustava

- $P2_12_12_1$ *P*-buňka, $2_1||a, 2_1||b, 2_1||c$
- Cccm C-centrovaná buňka, $c\perp a$, $c\perp b$, $m\perp c$
- *Ima*2 *I*-centrovaná buňka, $m \perp a$, $a \perp b$, $2 \perp c$



Příklady prostorových grup

Čtverečná soustava

- *I*4₁/*amd I*-centrovaná buňka, 4₁ $\parallel c$, *a*⊥*c*, *m*⊥*a*, *m*⊥*b*, *d*⊥ na diagonálu podstavy (třetí význačný směr)
- $P42_12$ *P*-buňka, $4||c, 2_1||a, 2_1||b, 2||$ s diagonálou podstavy

Klencová soustava

- *P*3*m*1 *P*-buňka, 3∥*c*, *m*⊥*a*, *m*⊥*b*
- *R*32 *P*-buňka, 3*lc*, 2*la*, 2*lb*

Šesterečná soustava

 $P6_3/m$ P-buňka, šestičetná šroubová osa \parallel s c s translací o 3/6c, $m\perp c$ P-6m2P-buňka, šestičetná inversní osa \parallel s c, $m\perp a$, $m\perp b$, dvojčetná osa \parallel s diagonálu podstavy (třetím význačným směrem)

*P*6*mm P*-buňka, $6 \parallel c, m \perp a, m \perp b, m \perp$ diagonálu podstavy



Příklady prostorových grup

Krychlová soustava

- P23 P-buňka, 2 a, 2 b, 2 c, trojčetná osa ve směru tělesových úhlopříček
- Ia–3d I-centrovaná buňka, a⊥a, a⊥b, a⊥c, trojčetná inverzní osa ve směrech tělesových úhlopříček, d⊥ na stěnové úhlopříčky (úhlopříčky podstav)
- F4132 F-centrovaná buňka, čtyřčetná šroubová osa s posunem o 1/4a ve směrech mřížkových parametrů a, b a c, 3 ve směru tělesových úhlopříček, 2 ve směrech stěnových úhlopříček



Zastoupení prostorových grup

Soustava	Počet prostorových	Zastoupení	
	grup	organika*	anorganika
Trojklonná	2	22,3 %	4,8 %
Jednoklonná	13	53,3 %	20,3 %
Kosočtverečná	59	20,4 %	23,7 %
Čtverečná	68	2,4 %	15,5 %
Klencová + šesterečná	52	2,3 %	18,5 %
Krychlová	36	0,5 %	17,2 %

* látky s alespoň jednou vazbou C-H



Určení krystalových struktur

Zpět do historie

1895 Wilhelm Conrad Roentgen – objev paprsků X (NC 1901)

1912 Max Theodor Felix von Laue – první experiment, potvrzující periodické uspořádání atomů v krystalu (NC 1914)

1913 – William Henry Bragg a Lawrence Bragg (otec a syn) stanovili pomocí rtg. záření strukturu NaCl, diamantu a dalších jednoduchých látek (NC 1915)

Analýza obrazu rtg. záření difraktovaného na krystalu.


Proč je důležité rtg. záření?

Pomocí vlnění (světla) je možné vidět věci, které jsou srovnatelně velké s vlnovou délkou záření. Cílem určení struktury krystalu je "vidět" jednotlivé atomy – je potřeba záření s vlnovou délkou ~ Å.





Dobrá tedy, máme záření, které se rozptyluje na objektech velikosti atomů, ale co s tím?

Mikroskop bohužel sestrojit nemůžeme – rozptyl rtg. záření je velmi slabý, a navíc nejde udělat funkční čočku, rtg. záření má totiž index lomu cca 1,00, takže jej nelze čočkou z žádného materiálu ohnout.

Naštěstí lze využít interferenci záření na periodickém prostředí – krystal je pro rtg. záření něco jako optická mřížka (monochromátor) pro viditelné světlo.

K rozptylu záření dochází všesměrně; na periodickém prostředí se ale záření rozptylované v různých částech mřížky skládá pozitivní interferencí pouze ve vybraných směrech.





K pozitivní interferenci dochází jen ve vybraných směrech,



a to tam, kde je dráhový rozdíl mezi paprsky difraktovanými z různých vrstev roven celočíselnému násobku vlnové délky (tj. fázový rozdíl mezi vlnami je roven celočíselnému násobku 2π , $\Delta \Phi = k \cdot 2\pi$).



Braggův zákon



 $2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda$

- *d* mezirovinová vzdálenost (vzdálenost mezi mřížovými rovinami)
- Θ úhel "dopadu"
- k přirozené číslo
- λ vlnová délka použitého záření



05-40

K rozptylu rtg. záření dochází na elektronech, tj. atomy s více elektrony (těžší atomy) rozptylují intenzivněji než atomy s menším počtem elektronů (lehké atomy).

Podle intenzity difrakce lze určit kvalitu atomu.

Podle roviny, ve které difrakce nastává, lze určit pozici atomu.

Setů rovin, kterými lze krystal pravidelně periodicky "rozřezat", je velmi mnoho – teoreticky nekonečně. Podmínkou je, že roviny prostupují celou mříží v pravidelných rozestupech, tj. musí protínat hrany elementární buňky v celočíselných zlomcích (polovině, třetině, čtvrtině, pětině...) nebo být s některými z hran paralelní. Difrakci poskytují roviny s rozumnou mezirovinovou vzdáleností.

V praxi se změří difrakce od několika tisíc rovin.



www.natur.cuni.cz

Difrakce na mnoha rovinách poskytne difrakční obraz.



matematické dekódování difrakčního obrazu



informace o prostorovém uspořádání atomů

přesnost – 10⁻¹³ m (C–C 1,554(1) Å)

3D struktura



Kovová vazba nemá směrový charakter – atomy jsou uspořádány natěsno, a mezi nimi protéká elektronový plyn.

Atomy tvoří nejtěsnější uspořádání. V jedné vrstvě se jedná o hexagonální síť. Počet nejbližších sousedů = koordinační číslo (v rovině = 6)



Jsou dvě možnosti, jak nejtěsněji uspořádat druhou vrstvu (B nebo C).





Existují tři možnosti, jak ve vrstvení pravidelně pokračovat:

ABABAB



Nejtěsnější šesterečné uspořádání

ABCABC



Nejtěsnější krychlové uspořádání (Krychlová plošně centrovaná buňka)





Jak těsné je nejtěsnější uspořádání?

1611 – Keplerův odhad – neexistuje těsnější uspořádání koulí než plošně centrované kubické. Matematický důkaz podán až v roce 1998 (280 stran).

Vyplnění prostoru: Poměr objemu koulí a objemu buňky (krychle)



Kolik koulí tam vlastně je?

V osmi vrcholech je osm koulí, ale každá z nich přísluší do dané buňky pouze z jedné osminy (vrchol je společný osmi sousedním buňkám) = 1 ks V šesti plochách je celkem šest koulí, ale každá z nich přísluší do dané buňky pouze svojí jednou polovinou (stěna je společná dvěma sousedním buňkám) = 3 ks

Celkem odpovídají plošně centrované krychličce 4 koule (vzorcové jednotky).



Jak těsné je nejtěsnější uspořádání?

 $4 \cdot r = stěnová úhlopříčka = \sqrt{2} \cdot a$ $a = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot r$

$$4 \cdot V(\text{koule}) = 4 \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 = 16/3 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V(\text{krychle}) = a^3 = (2 \cdot \sqrt{2})^3 \cdot r^3 = 16 \cdot \sqrt{2} \cdot r^3$$



vyplnění prostoru:

4. V(koule) / V(krychle) = $(16/3 \cdot \pi \cdot r^3) / (16 \cdot \sqrt{2} \cdot r^3) = \pi / (3 \cdot \sqrt{2}) = 0,74 = 74 \%$

Stejně těsné je pochopitelně i nejtěsnější šesterečné uspořádání.



Efektivita vyplnění prostoru v různých typech mřížek

Nejtěsnější krychlové uspořádání (*F*) Nejtěsnější šesterečné uspořádání 74 %



Tělesně centrovaná krychle

68 %





PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA Univerzita Karlova Primitivní krychle 52 %







plošně centrovaná kubická

hexagonální nejtěsnější





tělesně centrovaná kubická



Krystalová struktura tvořena střídajícími se kationty a anionty.

Obecně platí, že kationty jsou menší než neutrální atomy, zatímco anionty jsou větší. Ve většině iontových sloučenin je i anion větší než kation (neplatí ale vždy).









Atomové a iontové poloměry





Struktury lze proto odvozovat od pravidelného uspořádání aniontů, ve kterém kationty vyplňují dutiny. V nejtěsnějším uspořádání jsou dva základní typy dutin – tetraedrické a oktaedrické, ale lze definovat i další typy dutin.



Počet dutin (výpočet viz dále) tetraedrické dutiny = 2 · počet koulí oktaedrické dutiny = počet koulí



Struktury lze proto odvozovat od pravidelného uspořádání aniontů, ve kterém kationty vyplňují dutiny.

Kation musí být minimálně tak velký, aby efektivně vyplnil dutinu – pokud by byl menší, zvítězí repulze mezi anionty a struktura se zhroutí.



Paulingova pravidla:

- Anionty tvoří koordinační polyedry kolem kationtů.
- Vzdálenost kation–anion je dána součtem jejich iontových poloměrů.
- Koordinační číslo je dáno poměrem jejich iontových poloměrů.



Limitní velikosti lze snadno spočítat, např. zde pro kouli vepsanou do oktaedrické dutiny. Oktaedrickou dutinu najdeme v nejtěsnějším krychlovém uspořádání (F) nejen uprostřed krychle, ale také uprostřed hran krychle – hrana je společná čtyřem krychlím, do vybrané jedné buňky tak taková dutina spadá z 1/4. Počet oktaedrických dutin na jednu buňku je tak $1 + \frac{1}{4} \cdot 12$ (počet hran) = 4, tj. stejný jako počet koulí tvořících nejtěsnější uspořádání a patřících jedné F buňce. V nejtěsnějším uspořádání platí: (R – poloměr žluté koule tvořící nejtěsnější uspořádání, r – poloměr červené koule v oktaedrické dutině) $4 \cdot R$ = stěnová úhlopříčka = $\sqrt{2} \cdot a$ $a = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot R$ Jdeme-li po spojnici středů stěn, platí: a = R + r + r + R = 2R + 2r $2 \cdot \sqrt{2} \cdot R = 2 \cdot R + 2 \cdot r$ $r = (\sqrt{2} - 1) \cdot R = 0.414 \cdot R$



Obdobným způsobem lze vypočítat limitní hodnoty relativních poloměrů iontů, které mohou stabilně obsadit dutinu s daným koordinačním číslem.

Tetraedrická dutina $r = 0,225 \cdot R$



Krychlová dutina $r = 0,732 \cdot R$



Tetraedrické dutiny nalezneme v nejtěsnějším krychlovém uspořádání ve středech krychliček s poloviční délkou hrany, než má elementární buňka *F*. (Dobře to bude vidět u strukturního typu CaF₂ probíraném dále.)



Stabilní uspořádání podle poměru poloměrů iontů

Rozmezí <i>r</i> / <i>R</i>	Koordinační číslo	Tvar
< 0,155	2	lineární
0,155–0,225	3	trojúhelník
0,225–0,414	4	tetraedr
0,414–0,732	6	oktaedr
0,732–1,000	8	krychle
1,000	12	kubooktaedr





Příklad:

Jaká bude struktura CsCl? $r(Cs^+) = 169 \text{ pm}, R(Cl^-) = 181 \text{ pm}$

r/*R* = 169 pm / 181 pm = 0,934

Poměr leží v intervalu pro krychlové okolí (0,732–1,000), odpovídá kč. 8.

Struktura CsCI: primitivní kubická buňka z Cl⁻, Cs⁺ ve středu krychle (tj. v krychlové dutině). Technicky vzato, jde to popsat i inverzně – ve středu primitivní krychlové buňky cesia je chlor. Jedná se totiž o průnik primitivních mříží jednotlivých iontů vzájemně posunutých o polovinu tělesové úhlopříčky.



Látky se stejnou stechiometrií a podobným *r*/*R* mají analogické struktury. Vybraný reprezentant se označí jako tzv. strukturní typ.



NaCl

Fm–3*m*, *z* = 4, k.č. = 6

nejtěsnější krychlové uspořádání jednoho iontu obsazení všech oktaedrických dutin druhým iontem (prostupující se plošně centrované krychlové mříže kationtů a aniontů vzájemně posunuté o polovinu hrany) LiCl, NaBr, KCl, MgO, CaO, FeO

CsCl *Pm*–3*m*, *z* = 1, k.č. = 8 primitivní krychlové uspořádání jednoho iontu centrace buňky druhým iontem (prostupující se primitivní krychlové mříže kationtů a aniontů vzájemně posunuté o polovinu tělesové úhlopříčky) CsBr, CsI, TIBr, TII





Sfalerit, ZnS F-43m, z = 4, k.č. = 4

nejtěsnější krychlové uspořádání jednoho iontu obsazení poloviny tetraedrických dutin druhým iontem (prostupující se plošně centrované krychlové mříže kationtů a aniontů vzájemně posunuté o čtvrtinu tělesové úhlopříčky)



MnS, CdS, HgS, analogické diamantu/Si, III-V polovodiče

Fluorit, CaF₂

Fm–3*m*, *z* = 4, k.č. kationtu = 8, k.č. aniontu = 4 nejtěsnější krychlové uspořádání vápníku všechny tetraedrické dutiny obsazené fluorem (na této struktuře lze krásně vidět, že tetraedrické dutiny jsou ve středech krychliček o hraně *a*/2) BaF₂, PbF₂, CdF₂, anti-fluorit: Li₂O, Na₂O, K₂O





Rutil, TiO₂ $P4_2/mnm$, z = 2, k.č. kationtu = 6, k.č. aniontu = 3 atomy titanu v rozích a ve středu buňky, atomy kyslíku v trojúhelníkových dutinách MnO_2 , VO_2 , MoO_2 , SnO_2 , MnF_2

Perovskit, CaTiO₃ Pm–3m, z = 1, k.č. Ca = 12, k.č. Ti = 6, k.č. O = 6 primitivní krychlové uspořádání vápníku centrace buňky titanem, kyslík ve středech stěn (alternativní počátek: primitivní uspořádání titanu, centrace buňky vápníkem, kyslík ve středech hran) SrTiO₃, CaZrO₃ supravodiče typu YBaCuO, YBaCaCuO, TIBaCaCuO







Spinel, MgAl₂O₄ *Fd*–3*m*, z = 8nejtěsnější krychlové uspořádání kyslíku obsazení části oktaedrických dutin (Al) a části tetraedrických dutin (Mg) ionty kovů obsazují dutiny podle velikosti i stabilizace ligandového pole řada inverzích spinelů

Fe₃O₄, CoAl₂O₄, MgFe₂O₄



Cubic packing of a spinel mineral composed of magnesium aluminum oxide (MgAl₂O₄)



C Encyclopædia Britannica, Inc.

www.natur.cuni.cz

Odpuzování mezi pronikajícími se elektronovými obaly

 $E_{Born} = \frac{B}{r^n}$

 $\frac{Z^+Z^-e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$

Mřížková energie: energetický rozdíl reakce Kat⁺(g) + An⁻(g) \rightarrow KatAn(s)





Interakce v iontovém krystalu

Elektrostatické přitahování mezi opačně nabitými ionty Odpuzování mezi souhlasně nabitými ionty Coulombův zákon:



Coulombův zákon ve struktuře Na+Cl-: 6 přitažlivých interakcí na vzdálenost *r*



12 odpudivých interakcí na vzdálenost $r \cdot \sqrt{2}$

$$E_c = 12 \frac{Z^+ Z^+ e^2}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{2}r}$$

8 přitažlivých interakcí na vzdálenost $r \cdot \sqrt{3}$

$$E_c = -8 \frac{Z^+ Z^+ e^2}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{3}r}$$







Celková elektrostatická interakce ve struktuře Na+CI-:

$$E_{c} = -\frac{Z^{+}Z^{-}e^{2}}{4\pi\varepsilon_{o}r} \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{4}} \dots\right)$$



Sumace v závorce = Madelungova konstanta A, její hodnota je závislá na krystalové struktuře (strukturním typu)

$$A = \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{4}} \dots\right)$$

Látka	K.č.	A
NaCl	6:6	1,748
CsCl	8:8	1,763
ZnS	4:4	1,638
TiO ₂	6:3	2,401
CaF_2	8:4	5,039



Celková mřížková energie Celková přitažlivá energie na jeden ion

$$E_c = -\frac{AZ^+ Z^- e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

Celková mřížková energie pro *N* částic: $U = E_c + E_{Born}$

$$U = -\frac{ANZ^+Z^-e^2}{4\pi\varepsilon_o r} + \frac{NB}{r^n}$$

V minimu celkové energie – derivace *U* podle *r* je rovna nule, ze zderivované rovnice lze určit *B*:

$$B = \frac{AZ^+ Z^- e^2 r^{n-1}}{4\pi\varepsilon_o n}$$



Celková mřížková energie Bornova-Landého rovnice

$$U = -\frac{ANZ^+Z^-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

A – Madelungova konstanta n – Bornův exponent N – Avogadrova konstanta r_0 – vzdálenost kationtu a aniontu

Hodnoty Bornova exponentu pro ionty s konfigurací vzácného plynu: Konfigurace *n* He 5 Ne 7 Ar, Cu⁺ 9



Mřížková energie

Důležitý termodynamický údaj pro odhad rozpustnosti (posuzuje se mřížková energie vs. hydratační energie iontů).

Sloučenina	<i>U</i> (kJ·mol⁻¹)
NaCl	-765
NaOH	-900
Mg(OH) ₂	-3010
AI(OH) ₃	-5650

NaOH je rozpustný v H_2O , Al(OH)₃ je nerozpustný – hydratace iontů nepřeváží mřížkovou energii.



Kovalentní krystaly

Atomy jsou vázány kovalentními vazbami, tvoří síť procházející celým krystalem.

Diamant, C Fd-3m, z = 8krychlová F-buňka s obsazenou polovinou tetraedrických dutin sp^3 , žádné volné elektrony Si, III-V polovodiče



Grafit, C $P6_3mc$, z = 4naskládané grafenové listy totální konjugace sp^2 dobrá elektrická vodivost BN







Kovalentní krystaly

Křemen, SiO₂ (oxid křemičitý má mnoho krystalových modifikací) $P3_121, z = 3$ vzájemně provázané tetraedry SiO₄ s lomenými oxidovými můstky





Molekulové krystaly

Zatímco struktury kovů (těsná uspořádání atomů, "elektronový plyn" volně prostupující mříží) a iontových sloučenin (strukturní typy na základě stechiometrie a relativní velikosti iontů) lze predikovat, u molekulových krystalů to rozumně nejde. Lze sice optimalizovat tvar jednotlivých molekul, ale nelze predikovat nejvýhodnější mezimolekulová uspořádání.

Důvod: mezimolekulové síly jsou slabé, různá spakování molekul mají podobnou energii, není výrazné energetické minimum pro energii krystalu.

Energie	kovalentní vazba	>400 kJ/mol
	vodíková vazba	10–60 kJ/mol
	dipol-dipol	2–8 kJ/mol
	disperze	<4 kJ/mol



Důvody pro studium krystalové struktury

Stanovení molekulové struktury (krystal je "nástrojem" pro určení struktury molekuly).

- Zjištění struktury molekuly (definitivní potvrzení pro syntetika)
- Detailní geometrie molekuly (možnost interakcí)
- Definitivní potvrzení optického izomeru (Thalidomidová katastrofa; (S)- izomer se v 60. letech používal proti těhotenským ranním nevolnostem, (R)-izomer je teratogen; cca 10000 dětí s vrozeným poškozením)



Thalidomid (Contergan)

Zajištění požadovaných materiálových vlastností (krystal je "cílem").

- Variabilita vlastností různých krystalových modifikací (různá rozpustnost a farmakokinetika, prolamování patentů)
- Supramolekulární materiály (samoskladba, nanotechnologie, katalýza)
- Materiály zajímavých vlastností (magnety, supravodiče, detektory)



Zajímavé materiály

Makroskopické vlastnosti krystalů – optické, elektrické, magnetické

Materiálový výzkum – vývoj technicky důležitých materiálů – nosiče informací (magnetické disky/pásky), laserová technologie, katalyzátory...

Zásadní význam – symetrie krystalové struktury

Franz Ernst Neumann, Woldemar Voigt: Neumannův princip: každá fyzikální vlastnost krystalů musí mít minimálně symetrii jeho bodové grupy.



Pyroelektrika

Krystaly se spontánním dipólovým momentem (střed souměrnosti u krystalu vylučuje pyroelektrický jev).

Změna teploty generuje náboj na opačných koncích krystalu.

Použití – převod světla na elektrické pulsy: infračervené detektory (senzory pohybu)

turmalín, LiTaO₃, triglycinsulfát (TGS) – (glycin)₃·H₂SO₄




Ferroelektrika

Krystaly se spontánním dipólovým momentem, který může být reorientován vnějším elektrickým polem (střed souměrnosti u krystalu vylučuje ferroelektrický jev).

Prvním objeveným ferroelektrickým krystalem byla v r. 1921 Rochellova sůl – tetrahydrát vinanu sodnodraselného – NaKC₄H₄O₆·4H₂O. Objevitelem byl americký fyzik českého původu Valášek.

Druhým objeveným ferroelektrickým krystalem byl dihydrogenfosforečnan draselný – KH₂PO₄.

Prvním ferroelektrickým krystalem bez vodíkových vazeb byl perovskit BaTiO₃ – pro ferroelektrocké vlastnosti je nutný fázový přechod z Pm–3m do necentrosymetrické grupy P4mm.

Dnes známo ~ 300 ferroelektrik.



Piezoelektrika

Při stlačení krystalu vzniká na jeho povrchu elektrický náboj a opačně – při působení elektrického pole se krystal deformuje (střed souměrnosti u krystalu vylučuje piezoelektrický jev – při deformaci musí dojít ke snížení symetrie).

Při stlačení krystalu se oddělí těžiště kladných a záporných nábojů – objeví se dipól. tlak



Všechny pyro- a ferroelektrické krystaly jsou zároveň piezoelektrické. Opačně to neplatí – křemen je pouze piezoelektrický. Použití – převod mechanické síly na elektrickou a opačně (radioelektronika

- rezonátory).



Magnetické fáze

Magnetické pole vzniká pohybem nabitých částic (elektronů). Pohyb elektronů – orbitální a vnitřní (spin). Výsledný magnetický moment je dán vektorovým součtem projevů všech elektronů.

Všechny elektrony spárovány – projevuje se jen orbitální moment. Pokud je takovýto materiál vložen do magnetického pole, vytlačuje se z něj – diamagnetikum.

Pokud jsou ve sloučenině nepárové elektrony, převáží spinový příspěvek nad orbitálním. Materiál se vtahuje do magnetického pole – paramagnetikum.

Pokud paramagnetická centra v materiálu o sobě "vědí" (komunikace přes orbitaly) – magneticky nezředěné látky.



Magneticky nezředěné látky – ferromagnetika

Spiny paramagnetických atomů jsou ve velkých částech krystalu (doménách) souhlasně orientovány – tvoří ferromagnetickou mříž.

Vnějším magnetickým polem se zorientuje celý krystal, jeho magnetické pole se zachovává i po vypnutí vnějšího pole.

Fe, Co, Ni





Magneticky nezředěné látky – ferrimagnetika

Spiny paramagnetických atomů jsou ve velkých částech krystalu (doménách) souhlasně orientovány.

Ve struktuře jsou ale dva typy ferromagnetických podmříží, jejichž magnetické momenty jsou nestejně velké (různé paramagnetické ionty) a orientovány opačně. Jedna z nich "zvítězí". Navenek se tedy materiál chová jako ferromagnetikum.

Vnějším magnetickým polem se zorientuje celý krystal, jeho magnetické pole se zachovává i po vypnutí vnějšího pole.

magnetit ($Fe_3O_4 = FeO \cdot Fe_2O_3$)





Magneticky nezředěné látky – antiferromagnetika

Spiny paramagnetických atomů jsou ve velkých částech krystalu (doménách) souhlasně orientovány.

Ve struktuře jsou ale dva typy ferromagnetických podmříží, jejichž magnetické momenty jsou přesně stejné (stejné paramagnetické ionty ve dvou krystalograficky různých pozicích) a orientovány opačně. Jejich působení se vzájemně vyruší.

hematit (Fe₂O₃)





05-78