

DOMÁCÍ CVIČENÍ

Neurčitý integrál

1. Pomocí úprav funkce vypočtěte integrály:

$$a) \int 5x^2 \sqrt{x} dx$$

$$b) \int \frac{x^2 - 4}{x + 2} dx$$

$$c) \int \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x} dx$$

$$d) \int \frac{(1 - t)^2}{t^2} dt$$

$$e) \int (\cot g^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}) dx$$

$$f) \int \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx$$

$$g) \int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx$$

$$h) \int \frac{3 - 2 \cot g^2 x}{\cos^2 x} dx$$

$$i) \int \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} dx$$

$$j) \int \frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3} dx$$

$$k) \int \frac{x^4 - 1 + \sqrt{x}}{x^3} dx$$

$$l) \int \cot g^2 x dx$$

2. Řešte pomocí per partes:

$$a) \int \arctg x dx$$

$$b) \int (x - 1)^2 \cdot e^x dx$$

$$c) \int x \cdot \cos x dx$$

$$d) \int e^x \sin x dx$$

3. Řešte pomocí substituce:

$$a) \int x \cdot \sqrt{2 - 3x^2} dx$$

$$b) \int \sin^5 x \cdot \cos x dx$$

$$c) \int \frac{x}{(1 + x^2)^2} dx$$

$$d) \int \sin(4x - 5) dx$$

$$e) \int e^{3x-2} dx$$

$$f) \int x^2 \cdot (4 + x^3)^4 dx$$

4. Rozložte na parciální zlomky:

$$a) \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$$

$$c) \frac{x}{(x+1)(x+3)(x+5)}$$

$$b) \frac{x}{2x^2+3x+1}$$

$$d) \frac{x^3-8}{x^2-3x+2}$$

5. Proved'te rozklad na parciální zlomky a následně zintegrujte:

$$a) \int \frac{2x}{x^2-x-2} dx$$

$$d) \int \frac{1}{4-9x^2} dx$$

$$b) \int \frac{x-15}{x^2-3x-18} dx$$

$$e) \int \frac{3x-1}{x+2} dx$$

$$c) \int \frac{3x^3-14x-7}{x+2} dx$$

$$f) \int \frac{x^2}{1-x^4} dx$$

Výsledky:

Ve všech výsledcích je konstanta $c \in R$.

$$1. \quad a) \frac{10}{7} x^3 \sqrt{x} + c, \quad x > 0$$

$$b) \frac{1}{2} x^2 - 2x + c, \quad x \neq -2$$

$$c) x - 4\sqrt{x} + \ln|x| + c, \quad x \neq 0$$

$$d) -\frac{1}{t} - 2\ln|t| + t + c, \quad t \neq 0$$

$$e) -2 \cot gx - x + c, \quad x \neq k \cdot \pi, k \in Z$$

$$f) \frac{x^3}{3} - x + c, \quad x \in R$$

$$g) x + c, \quad x \in R$$

$$h) 3 \operatorname{tg} x + 2 \cot gx + c, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in Z$$

$$i) \frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c, \quad x > 0$$

$$j) \frac{x^2}{2} + 2x + c, \quad x \neq \frac{3}{2}$$

$$k) \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} - \frac{2}{3x\sqrt{x}} + c, \quad x > 0$$

$$l) -\cot gx - x + c, \quad x \neq k.\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$2. \quad a) x \cdot \arctg x - \frac{1}{2} \ln|1 + x^2| + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$b) e^x \cdot (x^2 - 4x + 5) + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$c) x \cdot \sin x + \cos x + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$d) \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$3. \quad a) -\frac{1}{9} \sqrt{(2 - 3x^2)^3} + c, \quad x \in \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

$$b) \frac{1}{6} \sin^6 x + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$c) -\frac{1}{2(1 + x^2)} + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$d) -\frac{1}{4} \cos(4x - 5) + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$e) \frac{1}{3} e^{3x-2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f) \frac{1}{15} (4 + x^3)^5 + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$4. \quad a) \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1}$$

$$b) \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+1}$$

$$c) \frac{\frac{-1}{8}}{x+1} + \frac{\frac{3}{4}}{x+3} - \frac{\frac{5}{8}}{x+5}$$

$$d) x + 3 + \frac{7}{x-1}$$

$$5. \quad a) \quad \frac{2}{3} \ln[(x-2)^2 \cdot |x+1|] + c, \quad x \neq -1, x \neq 2$$

$$b) \quad \ln \frac{(x+3)^2}{|x-6|} + c, \quad x \neq 6, x \neq -3$$

$$c) \quad x^3 - 3x^2 - 2x - 3 \ln|x+2| + c, \quad x \neq -2$$

$$d) \quad \frac{1}{12} \ln \left| \frac{2+3x}{2-3x} \right| + c, \quad x \neq \pm \frac{2}{3}$$

$$e) \quad 3x - 7 \ln|x+2| + c, \quad x \neq -2$$

$$f) \quad \frac{1}{4} \ln|1-x^2| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + c, \quad x \neq \pm 1$$