Varianta 1

1) Určete a načrtněte definiční obor funkce: (1b.)

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{x^2 - 1 - y}{y - 2}}$$

2) Užitím matice vyřešte soustavu lineárních rovnic: (2.5b)

$$\begin{aligned} &a - 2b + 3c - 2d = 3 \\ &a + 2b - 3c + 4d = 4 \\ &2a - 2b + 3c - 2d = 6 \\ &2a + 2d = 7 \end{aligned}$$

3) Spočítejte determinant matice: (2.5b)

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

4) Ukažte, že rovnice: (3b)

$$(z + 2x)\cos(\log yz) = z^2 e^{xy}$$

určuje na jistém okolí bodu $[0,1,1]$ implicitně zadanou funkci $z = z(x,y)$. Spočtěte derivace $\frac{\partial z}{\partial x}$ a $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

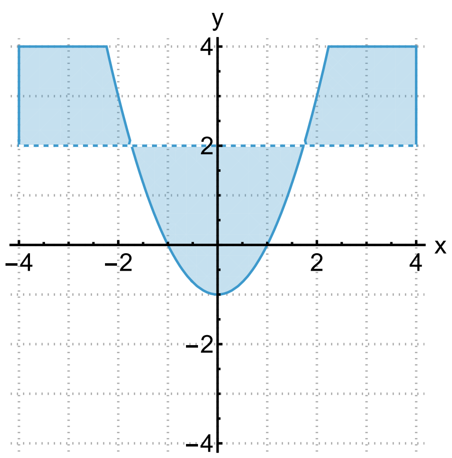
5) Nalezněte všechny body podezřelé z extrému a určete minimum a maximum funkce: (3b)

$$f(x,y) = x^4 + (y-1)^3$$

na množině

$$M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 \leq 1 + y \cap y \leq 2\}$$

1)



2)

$$a = 3$$

$$b = \frac{-1 + 3s}{2}$$

$$c = s$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$s \in \mathbb{R}$$

3)

Det(A)=-187

4)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 \; , \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -8$$

5)

g1<0,g2<0 [0,1]

g1=0,g2<= [0,-1]

g1<0,g2=0 [0,2]

g1=0,g2=0 [-$\sqrt{3}$,2], [$\sqrt{3}$,2]

Max: [-$\sqrt{3}$,2], [$\sqrt{3}$,2]

Min: [0,-1]

Varianta 2

1) Určete a načrtněte definiční obor funkce: (1b.)

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{2-y-(x-1)^2}{y+1}}$$

2) Užitím matice vyřešte soustavu lineárních rovnic: (2.5b)

$$\begin{aligned} 2a + b - 3c + 2d &= 3 \\ 2a - b + 6c - 4d &= 0 \\ 4a + b - 3c + 2d &= 4 \\ 4a + 3c - 2d &= 3 \end{aligned}$$

3) Spočítejte determinant matice: (2.5b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) Ukažte, že rovnice: (3b)

$$x\cos(\log xz) = ze^{xy}$$

určuje na jistém okolí bodu $[1,0,1]$ implicitně zadanou funkci $z = z(x,y)$. Spočtěte derivace $\frac{\partial z}{\partial x}$ a $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

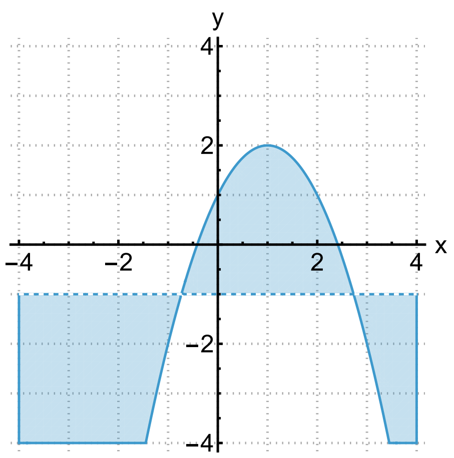
5) Nalezněte všechny body podezřelé z extrému a určete minimum a maximum funkce: (3b)

$$f(x,y) = (x-1)^4 + (y-1)^2$$

na množině

$$M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; (x-1)^2 \leq 2 - y \cap y \geq -1\}$$

1)



2)

$$a = \frac{1}{2}$$
$$b = 3$$
$$c = \frac{1+2s}{3}$$
$$d = s$$
$$s \in \mathbb{R}$$

3)

Det(A)=288

4)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 \quad , \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -4$$

5)

g1<0,g2<0 [1,1]

g1=0,g2<0 [1,2],[1-1/$\sqrt{2}$,3/2] ,[1+1/$\sqrt{2}$,3/2]

g1<0,g2=0 [1,-1]

g1=0,g2=0 [1-$\sqrt{3}$,-1], [1+$\sqrt{3}$,-1]

Max: [1-$\sqrt{3}$,-1], [1+$\sqrt{3}$,-1]

Min: [1,1]

Varianta 3

1) Určete a načrtněte definiční obor funkce: (1b.)

$$f(x,y) = \sqrt{2-y-x} + \log(x+1-y^2)$$

2) Užitím matice vyřešte soustavu lineárních rovnic: (2.5b)

$$\begin{aligned} -2a + 2b - c + 3d &= -1 \\ 2a + 2b - 2c - 3d &= -6 \\ 4a - 2b + c - 6d &= 0 \\ -4a + c + 6d &= 5 \end{aligned}$$

3) Spočítejte determinant matice: (2.5b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

4) Ukažte, že rovnice: (3b)

$$(2z + x)\cos(\log yx) = y^2 e^{xz}$$

určuje na jistém okolí bodu $[1,1,0]$ implicitně zadanou funkci $z = z(x,y)$. Spočtěte derivace $\frac{\partial z}{\partial x}$ a $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

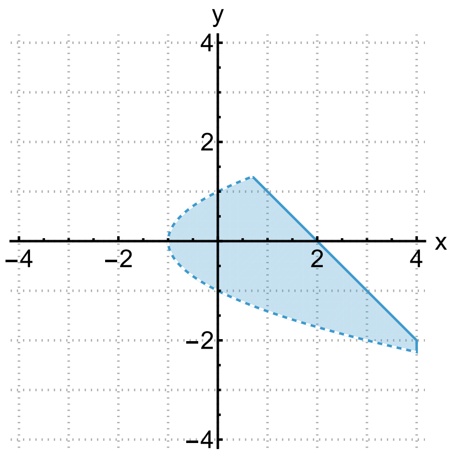
5) Nalezněte všechny body podezřelé z extrému a určete minimum a maximum funkce: (3b)

$$f(x,y) = (x-1)y$$

na množině

$$M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; y^2 \leq x + 1 \cap x \leq 2 - y\}$$

1)



2)

$$a = \frac{-1+3s}{2}$$
$$b = \frac{1}{2}$$
$$c = 3$$
$$d = s$$
$$s \in \mathbb{R}$$

3)

Det(A)=169

4)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -1 \;, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

5)

g1<0,g2<0 [1,0]

g1=0,g2<0 [-1/3,-$\sqrt{2/3}$] ,[-1/3,$\sqrt{2/3}$]

g1<0,g2=0 [3/2,1/2]

g1=0,g2=0 [(5-$\sqrt{13}$)/2, ($\sqrt{13}$ - 1)/2], [(5+$\sqrt{13}$)/2, (-$\sqrt{13}$ - 1)/2]

Max: [-1/3,-$\sqrt{2/3}$]

Min: [(5+$\sqrt{13}$)/2, (-$\sqrt{13}$ - 1)/2]